

# Comportamento de vigas de betão armado de secção oca submetidas a flexão, corte e torção

Ventura Gouveia, A.<sup>1, †</sup>

*Instituto Politécnico de Viseu, Escola Superior de Tecnologia, Departamento de Eng. Civil  
Repeses, 3504-510 Viseu, Portugal*

Barros, J. A. O.<sup>2</sup>

*Universidade do Minho, Escola de Engenharia, Departamento de Eng. Civil  
Azurém, 4800-058 Guimarães, Portugal*

Azevedo, A. F. M.<sup>3</sup>

*Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Departamento de Eng. Civil  
Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto, Portugal*

## RESUMO

Neste trabalho são descritos ensaios de vigas de betão armado submetidas a flexão, corte e torção. Estes ensaios fazem parte de um trabalho de investigação experimental e numérico relativo ao comportamento não linear material de estruturas de betão armado. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos. Para determinar as principais características do betão e do aço foram também realizados ensaios de compressão uniaxial em provetes cilíndricos de betão simples, ensaios de flexão sob três pontos de carga em vigas entalhadas de betão simples e ensaios de tracção em varões de aço.

## 1. INTRODUÇÃO

As estruturas de betão armado, mesmo para carregamentos de valor moderado, apresentam comportamento não linear, que se torna muito mais evidente após o início da fendilhação, Barros (1995). Essa não linearidade resulta fundamentalmente do comportamento não linear dos materiais intervenientes. No betão comprimido, o comportamento não linear começa-se a notar a partir de uma percentagem da sua resistência, cujo valor depende da classe do betão, CEB-FIP (1993). Após o pico de carga, o betão sofre amolecimento “*compression softening*” na nomenclatura inglesa. Em tracção, o betão apresenta uma reduzida resistência (aproximadamente 10% da resistência à compressão), sendo o seu comportamento considerado linear e elástico até à ocorrência da fendilhação.

---

<sup>1</sup> Assistente 2º T

<sup>†</sup> Autor para quem a correspondência deverá ser enviada (ventura@dcivil.estv.ipv.pt)

<sup>2</sup> Professor Auxiliar

<sup>3</sup> Professor Auxiliar

Após fendilhar, o comportamento do betão é regido pela sua capacidade de absorção de energia, denominada de energia de fractura, RILEM (1985), e pelas características das armaduras que atravessam o betão fendilhado, Barros (1995).

A investigação experimental da avaliação do comportamento de elementos de barra de estruturas porticadas tridimensionais submetidos a estados multiaxiais de tensão é ainda escassa. Assim, com o programa experimental efectuado pretendeu-se dar um contributo para o conhecimento do comportamento não linear de elementos de barra de betão armado submetidos a esforços de flexão, corte e torção. Os resultados obtidos podem ser utilizados na calibração de modelos numéricos de simulação do comportamento de estruturas porticadas tridimensionais de betão armado, Ventura Gouveia *et al.* (2000).

## 2. PROGRAMA EXPERIMENTAL

### 2.1. Características dos modelos

Na Figura 1 representa-se, de forma esquemática, a geometria da viga. Esta é caracterizada por um comprimento de 2.90 m, uma largura de 0.20 m e uma altura de 0.30 m, sendo constituída por duas partes distintas: duas zonas maciças nas extremidades com um comprimento de 0.45 m e uma zona de secção oca, na parte central, com um comprimento de 2.00 m.

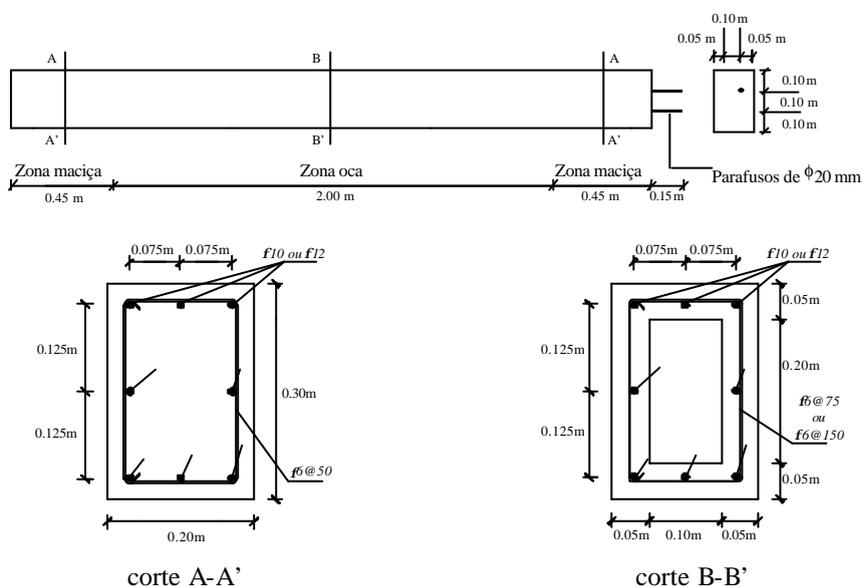


Figura 1 – Geometria das vigas ensaiadas.

A armadura transversal consiste num conjunto de estribos realizados com varões de  $f6$ . Na zona maciça o afastamento entre estribos é consideravelmente menor do que o que foi considerado na zona central oca (ver Figuras 2 e 3). Com esta distribuição dos estribos pretende-se ter armadura transversal suficiente para atender à concentração de tensões que surge naquelas zonas devido à aplicação da carga e à fixação da viga na estrutura de reacção. Nas Figuras 2 e 3 são também visíveis as placas de poliestireno expandido que garantem a existência da secção oca na zona central.

A armadura longitudinal é constituída por 8 varões de  $f10$  ou  $f12$ , uniformemente distribuídos na periferia da secção transversal (ver Figura 1).

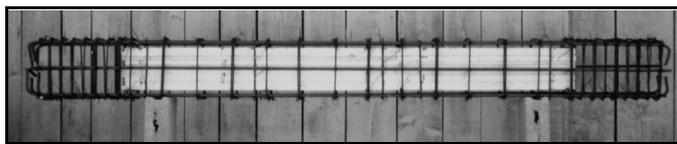


Figura 2 – Armadura utilizada nas vigas cujos estribos apresentam um afastamento de 150 mm na zona central.

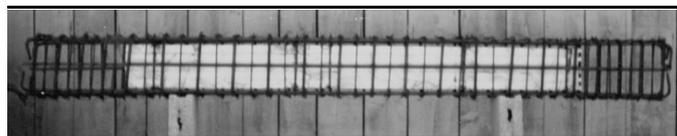


Figura 3 – Armadura utilizada nas vigas cujos estribos apresentam um afastamento de 75 mm na zona central.

Foi considerada uma nomenclatura baseada na designação genérica  $V_i-l_j-t_k$ , em que:

- i. o índice  $i$  é o número da viga;
- ii. o índice  $j$  indica o diâmetro, em mm, dos varões longitudinais;
- iii. o índice  $k$  indica o afastamento, em mm, da armadura transversal na zona oca;

Foram construídas quatro séries distintas (duas vigas por série), tendo-se variado tanto a armadura longitudinal como a armadura transversal. Por série entende-se o conjunto de todas as vigas que, para um determinado diâmetro dos varões longitudinais, têm a mesma quantidade de armadura transversal. Por exemplo,  $V1-l10-t75$ , é a primeira viga da série com armadura longitudinal de 10 mm de diâmetro e estribos afastados de 75 mm na zona central.

## 2.2. Caracterização dos materiais

### 2.2.1. Armadura

Na construção das vigas de betão armado utilizaram-se varões de aço nervurados de 6, 10 e 12 mm de diâmetro. Com vista à caracterização da armadura efectuaram-se ensaios de tracção uniaxial, apresentando-se no Quadro 1 os valores médios das principais características mecânicas. Para cada diâmetro dos varões foram ensaiados três provetes com 400 mm de comprimento.

Quadro 1 – Principais características mecânicas dos varões de aço.

| Varão | Tensão de cedência [MPa] | Tensão de rotura [MPa] | Extensão de rotura [%] |
|-------|--------------------------|------------------------|------------------------|
| $f6$  | 445                      | 589                    | 11.0                   |
| $f10$ | 508                      | 625                    | 8.5                    |
| $f12$ | 493                      | 599                    | 15.5                   |

O sistema utilizado no ensaio de tracção uniaxial era constituído por uma prensa de tracção-compressão universal, um computador responsável pelo controlo do ensaio e um

sistema de aquisição de dados. Os ensaios foram efectuados segundo os procedimentos recomendados na norma EN10002-1 (1990).

### 2.2.2. Betão

Devido às limitações existentes à data dos ensaios em termos de capacidade de carga do pórtico e do equipamento de ensaio do Laboratório de Engenharia Civil da Universidade do Minho (LEC-UM), optou-se pelo fabrico de um betão de baixa resistência. A composição do betão utilizado é apresentada no Quadro 2.

Quadro 2 – Composição do betão.

| Elemento        | Composição<br>[kg/m <sup>3</sup> de betão] |
|-----------------|--|
| Cimento         | 320  |
| Areia (0-3 mm)  | 750  |
| Brita (0-15 mm) | 1140                                       |
| Água            | 176  |

A relação água/cimento (*a/c*) desta composição é aproximadamente 0.55, valor relativamente elevado, justificado pela grande dificuldade encontrada na betonagem das vigas.

Foram feitas duas betonagens, cada uma delas com a quantidade suficiente de betão para a betonagem de quatro vigas de betão armado, de quatro provetes cilíndricos de betão simples e de quatro vigas de betão simples.

A resistência do betão foi avaliada por intermédio de ensaios de compressão uniaxial em provetes cilíndricos de betão simples de 300 mm de altura e 150 mm de diâmetro.

Como foi referido, por cada série de amassadura foram betonados quatro cilindros de betão simples. Dois cilindros de cada amassadura foram ensaiados aos 28 dias, enquanto que os outros dois foram ensaiados na altura dos ensaios das vigas de betão armado, apresentando-se os resultados obtidos (valores médios) no Quadro 3. A série de betonagem 1 corresponde às vigas de betão armado com armadura longitudinal de *f10* e a série de betonagem 2 corresponde às vigas de betão armado com armadura longitudinal de *f12*.

Quadro 3 – Resultados dos ensaios de compressão uniaxial.

| Série de betonagem | $f_{cm}$<br>aos 28 dias [MPa] | $f_{cm}$<br>à data dos ensaios<br>das vigas [MPa] |
|--------------------|-------------------------------|---|
| Série 1            | 14.4                          | 20.6  |
| Série 2            | 16.5                          | 24.2  |

Para caracterizar o comportamento à tracção foram efectuados ensaios de flexão sob três pontos de carga em vigas de betão simples de 850×100×100 mm<sup>3</sup>, com 800 mm de vão, tendo-se seguido as recomendações do RILEM (1985). Para cada série de betonagem foram ensaiadas quatro vigas de betão simples. A meio vão de cada viga, na face inferior e antes de serem ensaiadas, efectuou-se um entalhe de 25 mm de profundidade e 5 mm de espessura por intermédio de uma serra adiamantada. Com os resultados obtidos nestes ensaios avaliou-se a

energia de fractura,  $G_f$ , e a resistência máxima à tracção em flexão na secção do entalhe,  $f_{fnet}$ . A quantificação destas entidades foi obtida por intermédio de expressões apresentadas em outros trabalhos, Barros (1995) e RILEM (1985). Os valores médios da força máxima registada num transdutor de força,  $F_{máx}$ , da resistência máxima de tracção em flexão,  $f_{fnet}$ , e da energia de fractura,  $G_f$ , são apresentados no Quadro 4. Verifica-se uma ligeira dispersão de resultados entre as duas séries de betonagem. Além disto, constata-se que, na série 1, de menor resistência à compressão, se obtiveram valores da resistência máxima à tracção em flexão e da energia de fractura maiores que os determinados na série 2. Esta ocorrência não era esperada, dado que, segundo resultados obtidos por outros autores, Barros (1995) e CEB-FIP (1993), as referidas propriedades deveriam aumentar com a resistência à compressão. A não verificação desta tendência, nos ensaios efectuados no âmbito deste trabalho, pode estar relacionada com o facto de os provetes terem sido sujeitos a diferentes condições de cura. Por outro lado constata-se que, tendo em conta a resistência à compressão registada aos 28 dias (Quadro 3), os valores de tensão de tracção em flexão (Quadro 4) foram mais elevados que os esperados. Este comportamento deve estar relacionado com o facto dos provetes de compressão terem permanecido apenas uma semana na câmara húmida antes de serem ensaiados aos 28 dias, enquanto os provetes de flexão estiveram em câmara húmida mais de 500 dias. Por este motivo a resistência da matriz do betão e da interface inertes-matriz terá sido significativamente aumentada.

Quadro 4 – Resultados dos ensaios de flexão nas vigas entalhadas.

| Série de betonagem | Idade dos provetes [dias] | $F_{máx}$ [N] | $f_{fnet}$ [MPa] | $G_f$ [N/mm] |
|--------------------|---------------------------|---------------|------------------|--------------|
| Série 1            | 550                       | 2026          | 4.44             | 0.2221       |
| Série 2            | 536                       | 1653          | 3.67             | 0.1711       |

### 2.3. Instrumentação

As vigas de betão armado ensaiadas foram encastradas num pórtico metálico, apresentando o esquema estrutural de uma consola simples. Para introduzir na viga esforços de torção utilizou-se um perfil metálico rectangular oco de 200×100×4 mm, fixado, por intermédio de uma ligação aparafusada, à extremidade livre da viga (ver Figuras 7 e 8). A carga foi aplicada nesse perfil metálico a 500 mm do eixo da viga. Na tentativa de criar um encastramento tão rígido quanto possível foi desenvolvido um dispositivo de fixação constituído por um anel de secção rectangular construído com chapas de aço, e que foi fixado ao pórtico por intermédio de perfis metálicos (ver Figura 4). Na Figura 5 representa-se, esquematicamente, uma vista lateral de uma viga de betão armado ligada ao pórtico de reacção. Este pórtico é constituído por perfis metálicos HEB200.

Comment:

Para monitorizar o comportamento da viga durante o ensaio, foram colocados diversos instrumentos de medida, nomeadamente transdutores de deslocamentos, comparadores mecânicos e um transdutor de força. Na Figura 6 apresentam-se as secções da viga onde foi colocada a instrumentação, sendo as principais secções de leitura designadas  $S1$ ,  $S2$  e  $S3$ . Dada a impossibilidade de se garantir um encastramento perfeito, a secção  $S0$  foi também monitorizada, de forma a possibilitar a realização de correcções nas restantes leituras, com base nos deslocamentos medidos perto do apoio. A instrumentação encontrava-se ligada a uma barra de aço de secção tubular, por meio de um mecanismo ajustável constituído em alumínio (ver Figuras 7 e 8). A barra de aço encontrava-se apoiada em dois tripés exteriores à viga, constituídos também em aço.

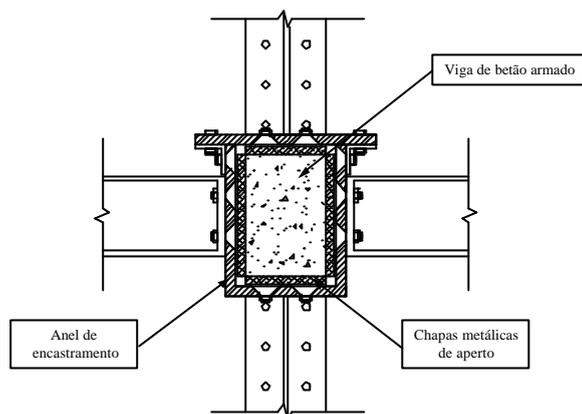


Figura 4 – Pormenorização do encastramento.

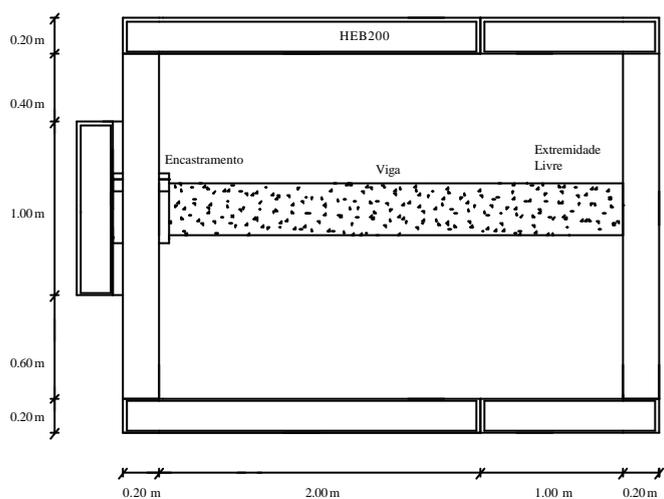


Figura 5 – Esquema do ensaio da viga de betão armado.

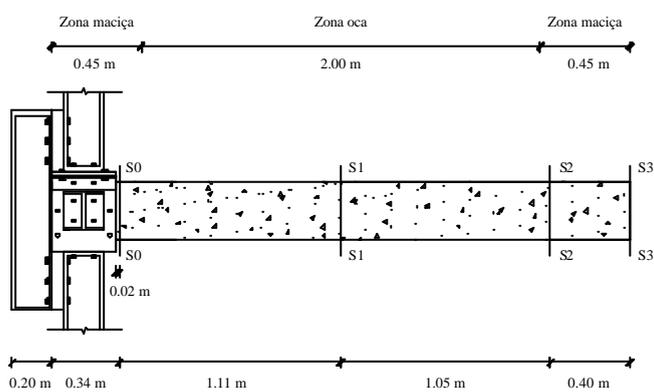


Figura 6 – Secções da viga onde se instalaram transdutores.

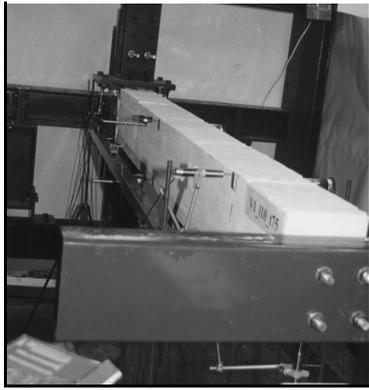


Figura 7 – Disposição de toda a instrumentação no lado A da viga.

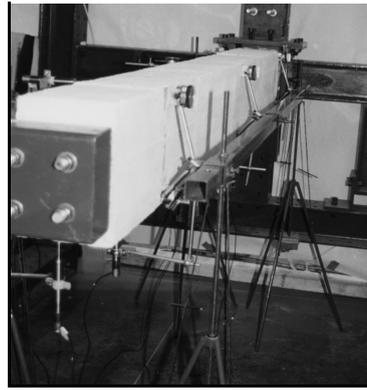


Figura 8 – Disposição de toda a instrumentação no lado B da viga.

#### 2.4. Sistema de aquisição de dados

O equipamento utilizado na realização dos ensaios das vigas de betão armado é constituído por um grupo hidráulico comandado por software, podendo-se efectuar ensaios em comando manual ou automático e realizar ensaios sob controlo de força, deslocamento e extensómetro, Freitas *et al.* (1998) e Ventura Gouveia (2000).

A resposta de um elemento estrutural submetido a determinado carregamento depende da velocidade com que se aplica esse carregamento, Shah (1986). Para que este efeito não prejudicasse a qualidade dos resultados que se pretendia obter, optou-se por aplicar a carga lentamente, sob controlo de deslocamentos. O transdutor aplicado na secção S2 (ver Figura 6) e que mede a flecha da viga, foi seleccionado para controlar o ensaio, tendo-se optado por uma velocidade de deformação de 25  $\mu\text{m/s}$ . Este valor é suficientemente baixo, de modo a permitir a marcação da fendilhação, e suficientemente elevado face à precisão do transdutor.

#### 2.5. Apresentação e análise dos resultados dos ensaios

Da realização dos ensaios, resultou uma elevada quantidade de informação. De forma a avaliar a resposta da viga, e após um tratamento dos resultados por um código computacional elaborado para o efeito, realizaram-se vários gráficos relacionando grandezas obtidas directamente dos ensaios ou através de algumas expressões algébricas, tais como:

- i. Diagrama força no ponto de aplicação da carga *versus* deslocamento vertical ( $F-d$ ), para as secções S1, S2 e S3.
- ii. Diagrama momento flector *versus* rotação por flexão ( $M_f-q_f$ ), para as secções S1 e S2.
- iii. Diagrama momento torsor *versus* rotação por torção ( $M_t-q_t$ ), para as secções S1 e S2.

Os gráficos estão representados nas Figuras 9 a 15.

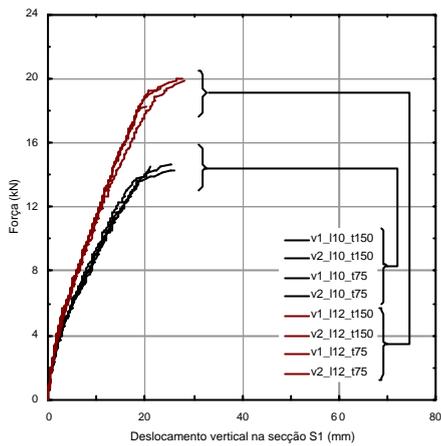


Figura 9 – Diagramas  $F-d$  na secção  $S1$  para todas as vigas.

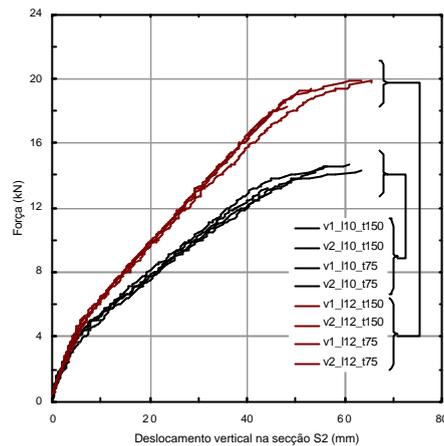


Figura 10 – Diagramas  $F-d$  na secção  $S2$  para todas as vigas.

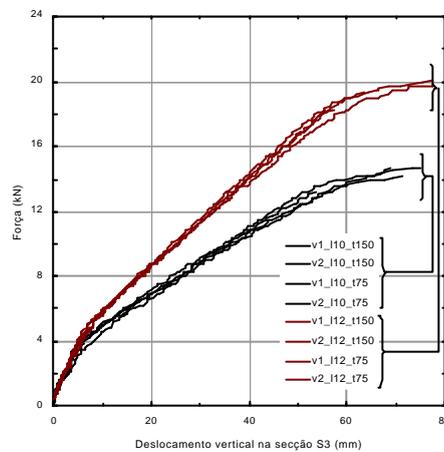


Figura 11 – Diagramas  $F-d$  na secção  $S3$  para todas as vigas.

Da observação dos diagramas  $F-d$ ,  $M_f-q_f$  e  $M_r-q_r$  é possível concluir que:

- i. na zona inicial, até ao aparecimento da fendilhação, observa-se um comportamento semelhante em todas as vigas, justificado pelo facto de esse comportamento ser fundamentalmente regido pelo betão;
- ii. após a fendilhação inicial, há um afastamento do comportamento das vigas das séries reforçadas com armaduras longitudinais  $f10$  e  $f12$ ;
- iii. nas vigas das séries com varões longitudinais de 12 mm de diâmetro há uma rigidez constante, desde uma carga de cerca de 5 kN até uma carga de sensivelmente 18 kN, facto este que sustenta que o comportamento das vigas após a fendilhação do betão é fundamentalmente governado pela armadura longitudinal. Esta constatação verifica-se também para o intervalo de carga de 4.5 kN até 13 kN, das séries com varões longitudinais de 10 mm de diâmetro;

- iv. a resposta não depende da quantidade de armadura transversal utilizada. Este fenómeno justifica-se pelo facto da zona central da viga ser de secção oca, pelo que, neste caso, esta armadura não tem qualquer efeito de confinamento do betão. A substituição dos estribos por fibras de aço parece ser uma solução oportuna, pois é possível aumentar a resistência ao corte do betão, sem recurso a dispêndio de mão-de-obra na realização e colocação de estribos em paredes delgadas, Barros (1995). A qualidade de betonagem é também melhorada com a utilização do betão reforçado com fibras de aço (*BRFA*) em peças de secção oca e paredes delgadas.
- v. o aumento do diâmetro das armaduras longitudinais aumenta a rigidez da viga e permite alcançar uma carga de plastificação mais elevada.

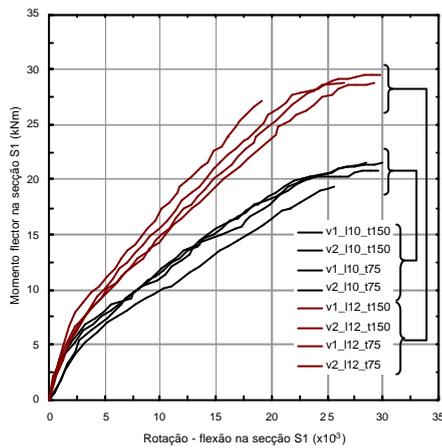


Figura 12 – Diagramas  $M_f-q_f$  na secção *S1* para todas as vigas.

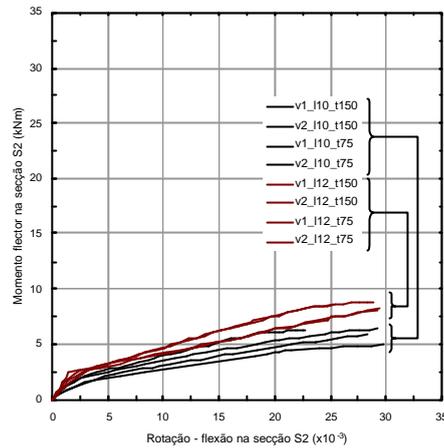


Figura 13 – Diagramas  $M_f-q_f$  na secção *S2* para todas as vigas.

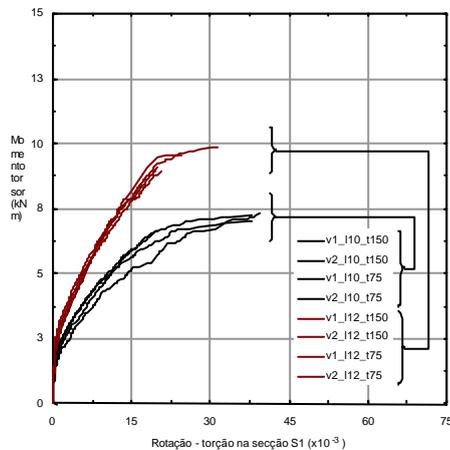


Figura 14 – Diagramas  $M_t-q_t$  na secção *S1* para todas as vigas.

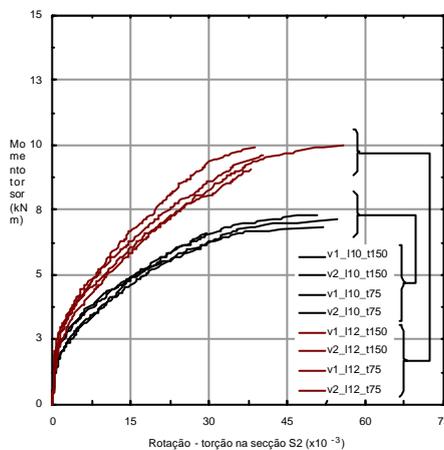


Figura 15 – Diagramas  $M_t-q_t$  na secção *S2* para todas as vigas.

## CONCLUSÕES

Neste trabalho descreveu-se o estudo realizado com vigas de betão reforçadas com diferentes percentagens de armadura longitudinal e transversal, sujeitas a esforços de flexão, corte e torção.

Com base nos ensaios efectuados verificou-se que para secções rectangulares ocas, a resposta não linear é praticamente independente da percentagem de armadura transversal utilizada. Se se tiver ainda em conta o elevado custo da mão-de-obra necessária para aplicação de estribos em peças ocas de parede delgada, pode sugerir-se que as fibras de aço têm, neste tipo de estruturas, um campo de aplicação a ser explorado, Barros (1995), principalmente nos elementos não sujeitos a esforços predominantemente de compressão.

Verificou-se, ainda, que o comportamento não linear deste tipo de estruturas, submetidas a estados multiaxiais de tensão é controlado fundamentalmente pelas características de ductilidade das suas armaduras.

Os resultados dos ensaios efectuados serviram para a calibração das relações constitutivas de um modelo numérico desenvolvido para a análise não linear material de pórticos de betão armado, Ventura Gouveia (2000).

## AGRADECIMENTOS

Os autores do presente trabalho desejam agradecer à empresa FERSEQUE, na pessoa do Eng<sup>o</sup> Hélio Igrejas, pelos recursos humanos e materiais disponibilizados na fabricação dos modelos ensaiados.

## REFERÊNCIAS

Barros, J.A.O., “Comportamento do betão reforçado com fibras – análise experimental e simulação numérica”, Tese para a obtenção do grau de doutor em Engenharia Civil pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (1995).

European Standard EN 10002-1, “Tensile testing of metallic materials - part 1 - Method of test at ambient temperature”, *British Standards Institution*, CEN (1990).

Freitas, F; Barros, J.A.O.; Fonseca, P., “SENTUR – Sistema de Ensaio de Estruturas”, manual de utilização, versão 1.0, Setembro (1998).

CEB-FIP Model Code 1990 “*Design Code*”, Comité Euro-International du Beton, Thomas Telford, (1993).

RILEM, Draft Recommendation, 50-FMC Committee Fracture Mechanics of Concrete, “Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bending tests on notched beams”, *Materials and Structures*, Vol. 85, Nº 85, 285-290 (1985).

Shah, A.P.; Gopalaratnam, V.S., “Impact resistance measurements for fibre cement composites”, third International Symposium and Developments in fibre reinforced cement and concrete, eds. R.N. Swamy, R.L. Wagstaffe, D.R. Oakley, Vol. 1, Artigo 3.9, Julho (1986).

Ventura Gouveia, A., “Análise Experimental e Simulação Numérica de Elementos de Barra de Pórtico Tridimensional de Betão Armado”, dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, opção de Estruturas, Geotecnia e Fundações, pela Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Junho (2000).

Ventura Gouveia, A.; Barros, J.A.O.; Azevedo, A.F.M., “Modelo de análise não linear material de pórticos de betão armado – calibração das relações constitutivas”, Encontro Nacional Betão Estrutural 2000, Porto, Novembro (2000).