

ALÍPIO E. V. FERREIRA; ALVARO F. M. AZEVEDO

Cálculo da Capacidade Resistente e Dimensionamento de
Armaduras de Secções Quaisquer de Betão Armado e
Pré-esforçado Sujeitas a Flexão Composta Desviada

Transparências apresentadas por Alvaro Azevedo no
2º Encontro Nacional sobre Estruturas Pré-Esforçadas
Porto - Portugal
Novembro de 1988

CALCULO DA CAPACIDADE RESISTENTE E
DIMENSIONAMENTO DE ARMADURAS DE SECCOES
QUAISQUER DE BETAO ARMADO E PRE-ESFORCADO
SUJEITAS A FLEXAO COMPOSTA DESVIADA

- capacidades resistentes - N_{Rd} , $M_{Rd,x}$, $M_{Rd,y}$
- dimensionamento de armaduras - $A_{s,tot}$
(Dadas as % de armadura em cada ponto)

== ABORDAGEM GENERICA DO PROBLEMA

- incognitas $\rightarrow$ qualquer tipo de variavel
- elaboracao de uma subrotina que fornece os 3 desequilibrios
conhecidos os valores correntes das incognitas

$$\Delta N \quad (D , \beta , \gamma)$$

$$\Delta M_x \quad (D , \beta , \gamma)$$

$$\Delta M_y \quad (D , \beta , \gamma)$$

sistema de 3 equacoes a 3 incognitas resolvido
pelo metodo de Newton - Raphson

DESCRICAO DO MODELO

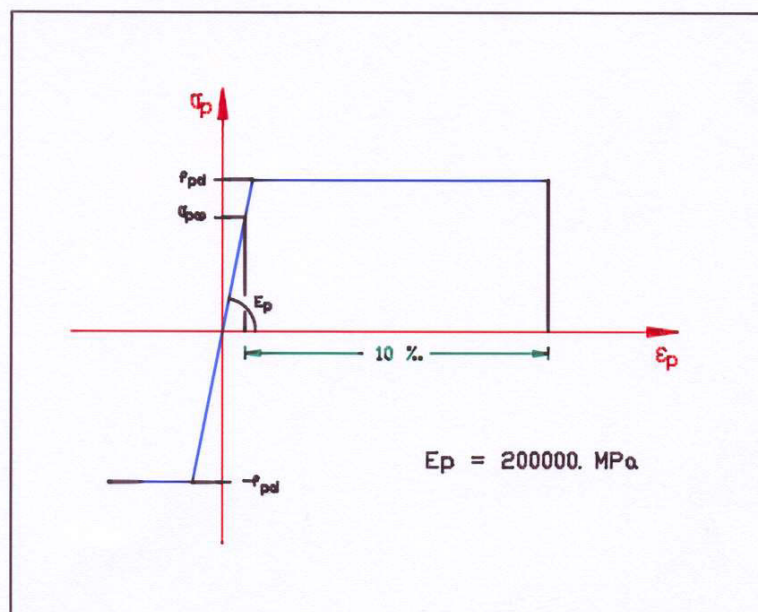
= HIPOTHESES

- dados num referencial cartesiano qualquer
- esforcos N , M_x , M_y aplicados na origem do referencial
- principio das seccoes planas

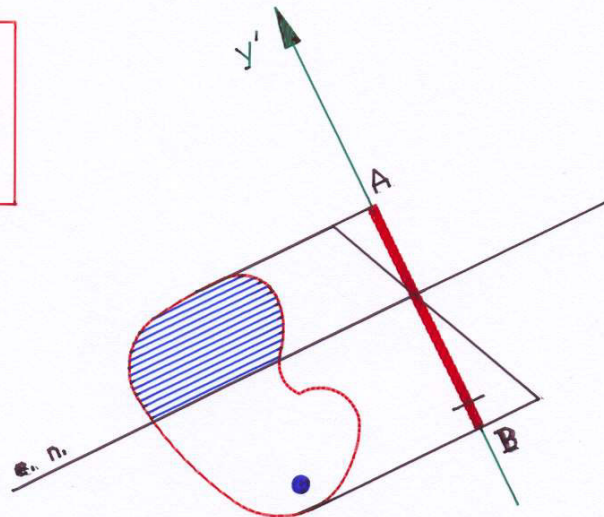
= COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS

- betao
 - armaduras ordinarias
 - armaduras de pre-esforco
- diagrama simplificado bilinear

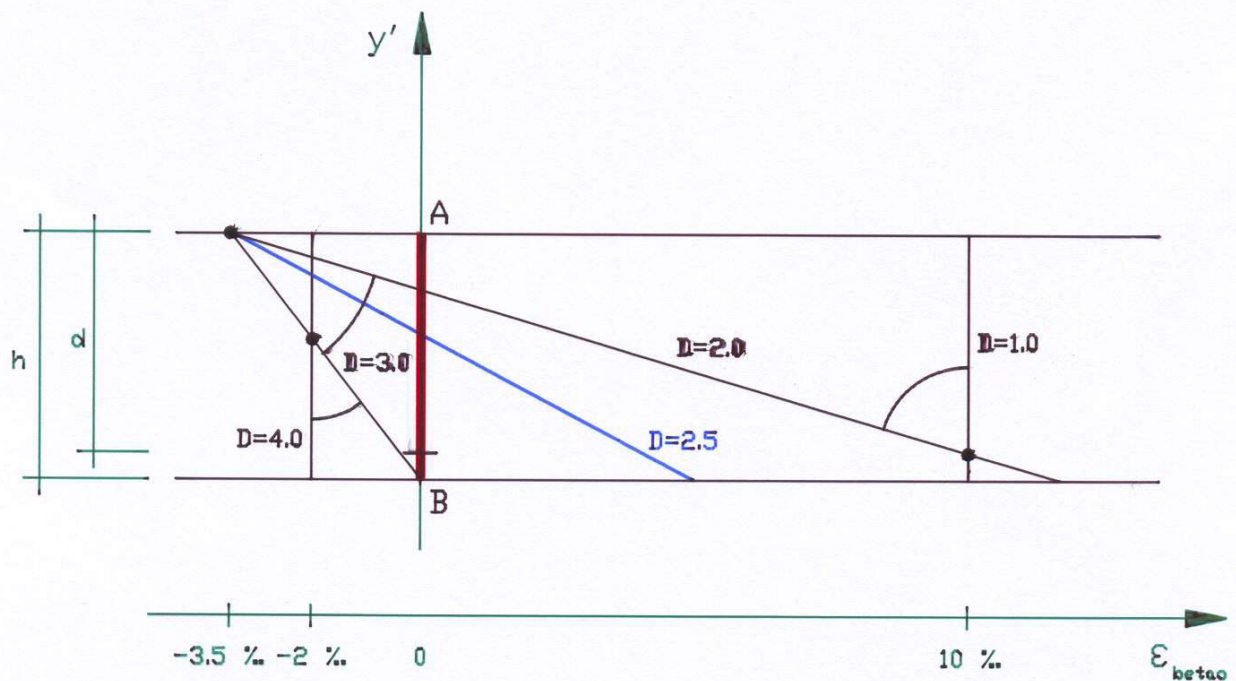
} R.E.B.A.P.



DOMINIOS DE DEFORMACAO



A variavel real D identifica univocamente
o diagrama de extensoes



$D = 1, 2, 3$ ou $4 \Rightarrow$ transicao entre 2 tipos de rotura diferentes

Em situacoes intermedias as extensoes obtem-se por

interpolacao linear

D	$\epsilon_{c,min}$	$\epsilon_{c,max}$
1	0.010	0.010
2	-0.0035	K
3	-0.0035	0.0
4	-0.002	-0.002

$$K = 0.0135 * h/d - 0.0035$$

= EQUACOES DE EQUILIBRIO

$$\begin{cases} N_d = F_c + \sum F_s + \sum F_p \\ M_{d,x} = F_c * y_c + \sum F_s * y_s + \sum F_p * y_p \\ M_{d,y} = F_c * x_c + \sum F_s * x_s + \sum F_p * x_p \end{cases}$$

= RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES $f(\underline{x}) = 0$

Metodo de Newton - Raphson

$$f_i + \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Delta x_j = 0$$

(sistema de equacoes lineares)

$$\Delta x_j = ?$$

= TECNICA DE "LINE SEARCH"

$$x_j^{r+1} = x_j^r + \alpha \Delta x_j^r$$

$$\alpha \in]0, 1[\rightarrow \text{minimiza } \|f(x^{r+1})\|$$

= TIPOS DE INCOGNITAS

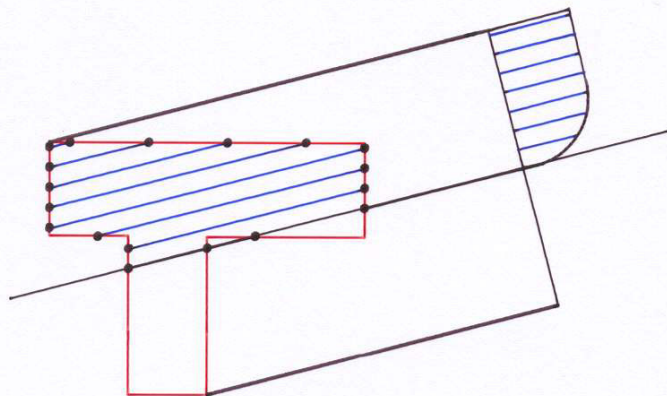
incognitas fixas $\left\{ \begin{array}{l} \text{dominio de deformacao} \\ \text{inclinação do eixo neutro} \end{array} \right.$

incognita livre $\left\{ \begin{array}{l} N_{Rd} \\ M_{Rd, x} \\ M_{Rd, y} \\ A_{s, tot} \end{array} \right.$

= CALCULO DAS FORÇAS NAS ARMADURAS

- armad. ordinarias $\rightarrow$ apenas dependem da extensao actual
- armad. de pre-esforco $\rightarrow$ dependem da $\left\{ \begin{array}{l} \text{extensao inicial} \\ + \\ \text{extensao actual} \end{array} \right.$

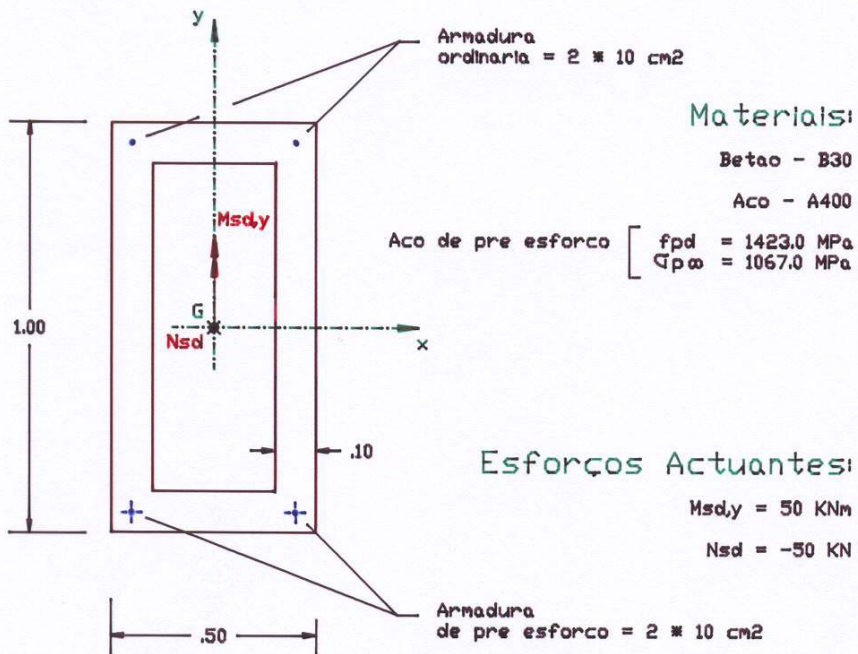
= CALCULO DA FORÇA NO BETÃO



- algoritmo de "hatching"
- Integracao numerica pela regra de Simpson
- em cada ponto a tensao e' determinada com o diagrama parabolá-rectangulo

Calculo do momento resistente de uma seccao rectangular oca pre esforcada (flexao desviada composta)

Dados:



Esforços Actuantes:

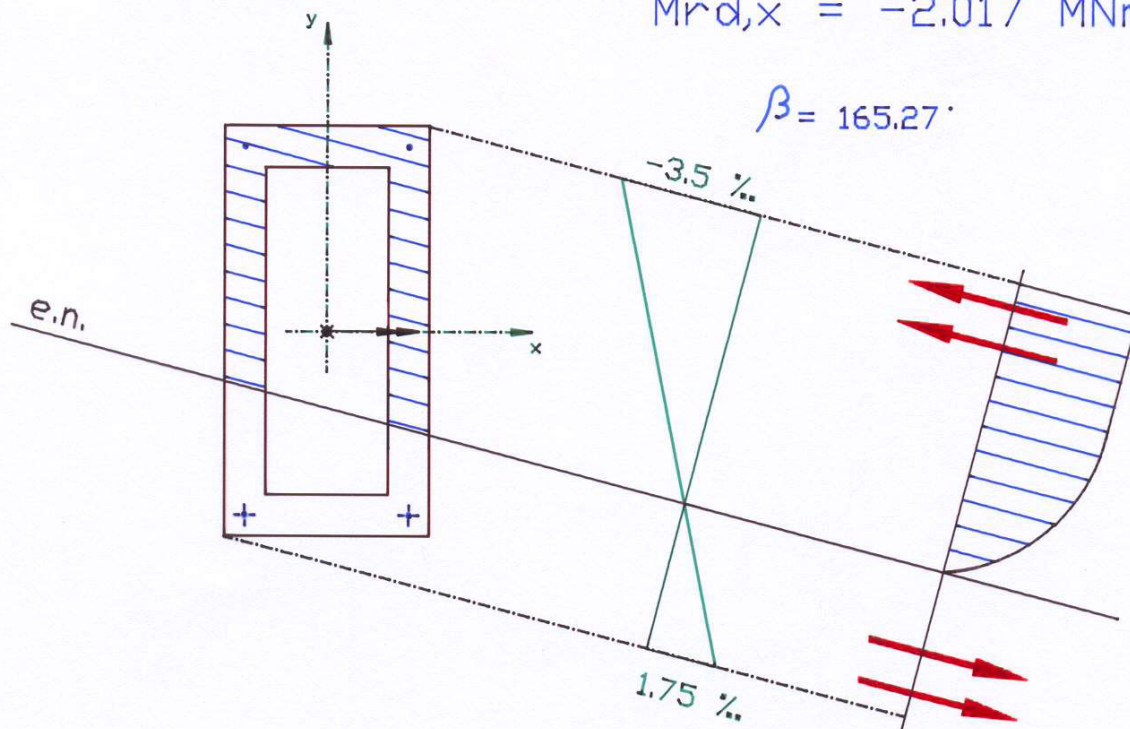
$$M_{sd,y} = 50 \text{ KNm}$$

$$N_{sd} = -50 \text{ KN}$$

Resultados:

$$M_{rd,x} = -2.017 \text{ MNm}$$

$$\beta = 165.27^\circ$$

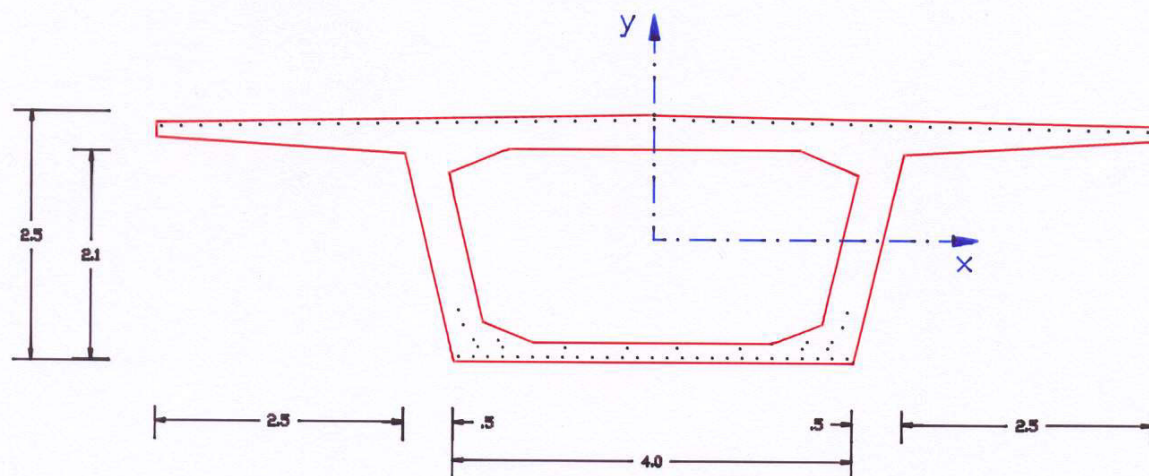


Calculo do momento resistente
de uma seccao em caixa pre esforcada
(flexao desviada)

Dados: $N_{sd}=0$

$M_{sd,y}=50 \text{ MNm}$

(comprime o lado direito)



Materials:

Betão - B30

Aço - A400

Aço de pré esforço: $\left[\begin{array}{l} f_{pd} = 1452.2 \text{ MPa} \\ \sigma_{p\infty} = 1100.0 \text{ MPa} \end{array} \right.$

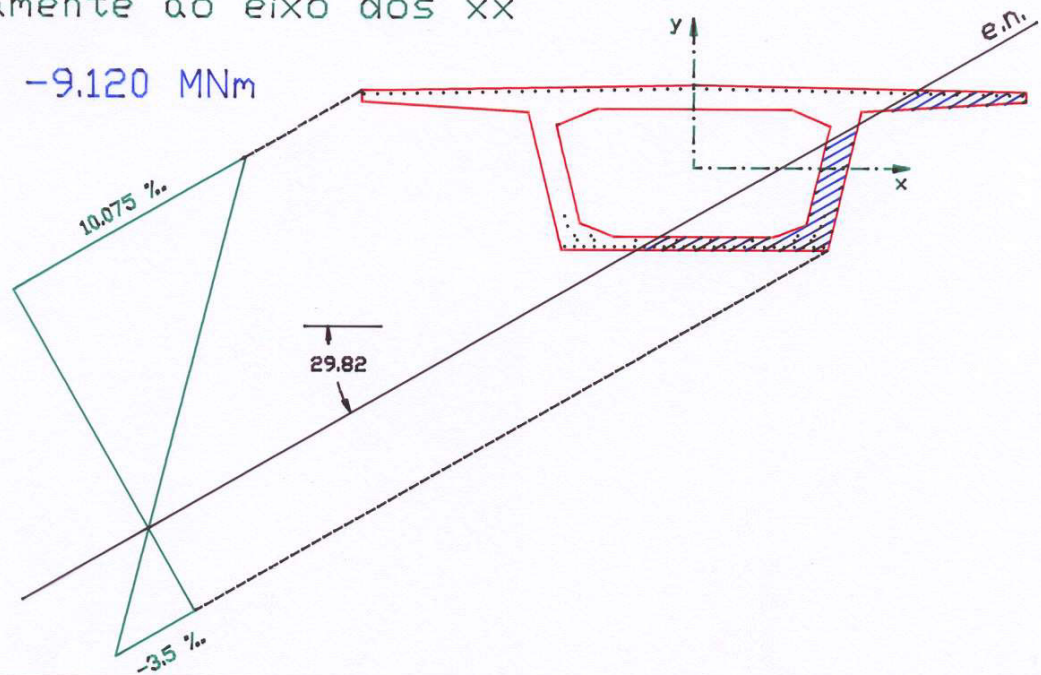
Armadura de pré esforço = $16 * 11.16 \text{ cm}^2$

Armaduras passivas: $\left[\begin{array}{l} \text{inferior} = 27 \phi 16 \\ \text{superior} = 50 \phi 10 \end{array} \right.$

Resultados:

Momento positivo mínimo (conv. R.M.)
relativamente ao eixo dos xx

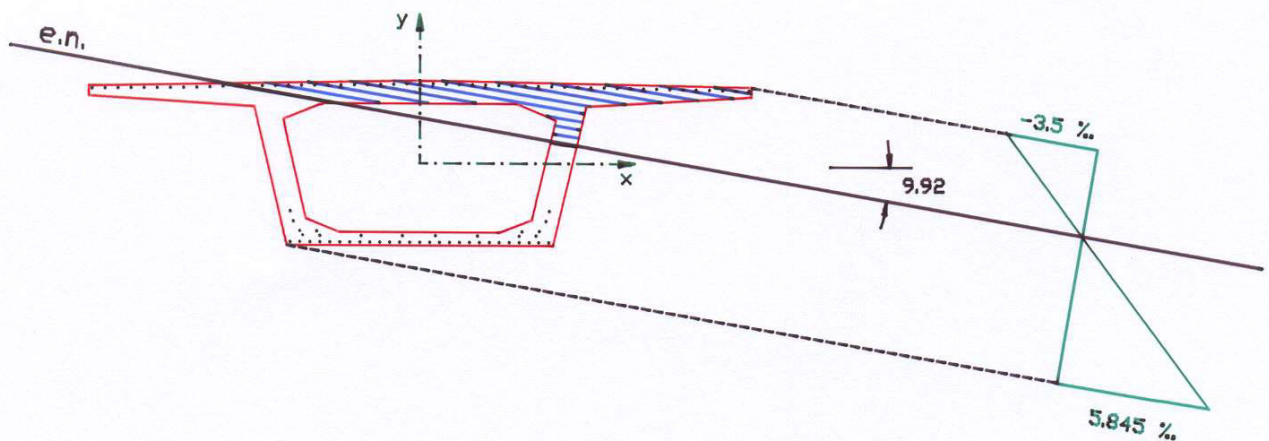
$$M_{rd,x} = -9.120 \text{ MNm}$$



Resultados:

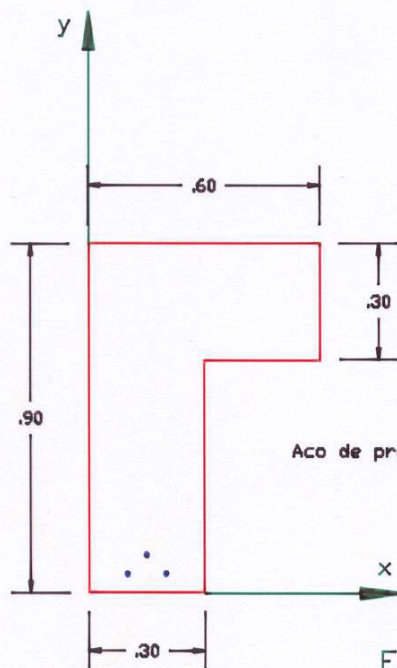
Momento positivo máximo (conv. R.M.):
relativamente ao eixo dos xx

$$M_{rd,x} = -57.134 \text{ MNm}$$



Dimensionamento da armadura de pre-esforço
de uma secção em L sujeita a flexão desviada

D
A
D
O
S



Materiais:

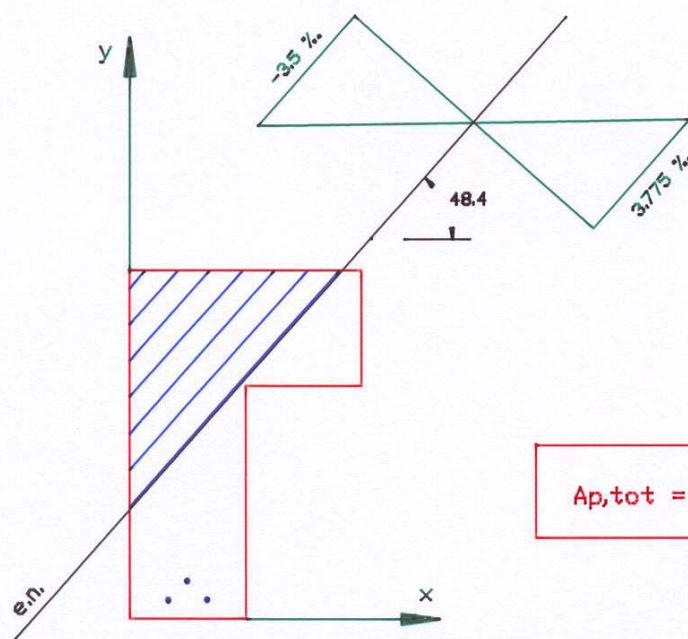
Betão - B30

Aço de pre esforço $\left[\begin{array}{l} f_{pd} = 1423.0 \text{ MPa} \\ \sigma_{p\infty} = 1067.0 \text{ MPa} \end{array} \right.$

Esforços Actuantes:

$M_{sd,x} = -1.0 \text{ MNm}$

R
E
S
U
L
T
A
D
O
S



$A_{p,tot} = 10.58 \text{ cm}^2$