

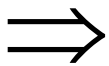
# OPTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS RETICULADAS COM COMPORTAMENTO ELASTOPLÁSTICO

Álvaro F. M. Azevedo - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

## PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Programação linear, quadrática e geométrica

- campo de aplicação restrito



Programação não linear com base em polinómios generalizados

(Ex :  $5.2 x_1 x_3^2 + 7.4 x_2^{-3}$ )

- compromisso entre o caso geral e os casos mais restritos

Programação não linear com base em funções quaisquer

- recurso em alternativa a uma das seguintes técnicas

- manipulação simbólica de qualquer função
- código limitado à resolução de problemas com características fixas
- recompilação do código sempre que se alteram as características do problema

- dificuldades na utilização de segundas derivadas

# MÉTODO ADOPTADO

**Problema:** Minimizar  $f(\tilde{x})$

sujeito a

$$\tilde{g}(\tilde{x}) \leq \tilde{0} \longrightarrow \tilde{g}_j(\tilde{x}) + \tilde{s}_j^2 = 0$$


$$\tilde{h}(\tilde{x}) = \tilde{0}$$

**Lagrangiano:**

$$L(\tilde{X}) = f(\tilde{x}) + \sum_{j=1}^m [\tilde{\lambda}_j^g (g_j(\tilde{x}) + s_j^2)] + \sum_{k=1}^l [\tilde{\lambda}_k^h h_k(\tilde{x})]$$

$$\tilde{X} = (\tilde{x}, \tilde{s}, \tilde{\lambda}^g, \tilde{\lambda}^h)$$

**Solução:** ponto estacionário do Lagrangeano

 - pode ser um mínimo local

$\Rightarrow$  Sistema de equações não lineares

$$\nabla L(\tilde{X}) = \tilde{0}$$

Resolução pelo método de Newton

Método de Lagrange-Newton

## ALGORITMO

- Em cada iteração é necessário resolver um sistema com um elevado número de equações lineares

$$\tilde{H} \Delta \tilde{X} + \nabla \tilde{L} = 0$$

$\left| \begin{array}{l} - \text{método de eliminação de Gauss} \\ - \text{método dos gradientes conjugados} \end{array} \right.$

- A elevada **esparsidade** da matriz Hessiana é tida em consideração
- O programa matemático é normalizado recorrendo a técnicas de **scaling**
- Com este método foi já possível resolver problemas de optimização com cerca de **7 000 variáveis** e **20 000 restrições**
- Foi utilizada uma workstation com **256 MBytes** de memória central e cerca de **40 MFlops**

# PROGRAMA NEWTOP

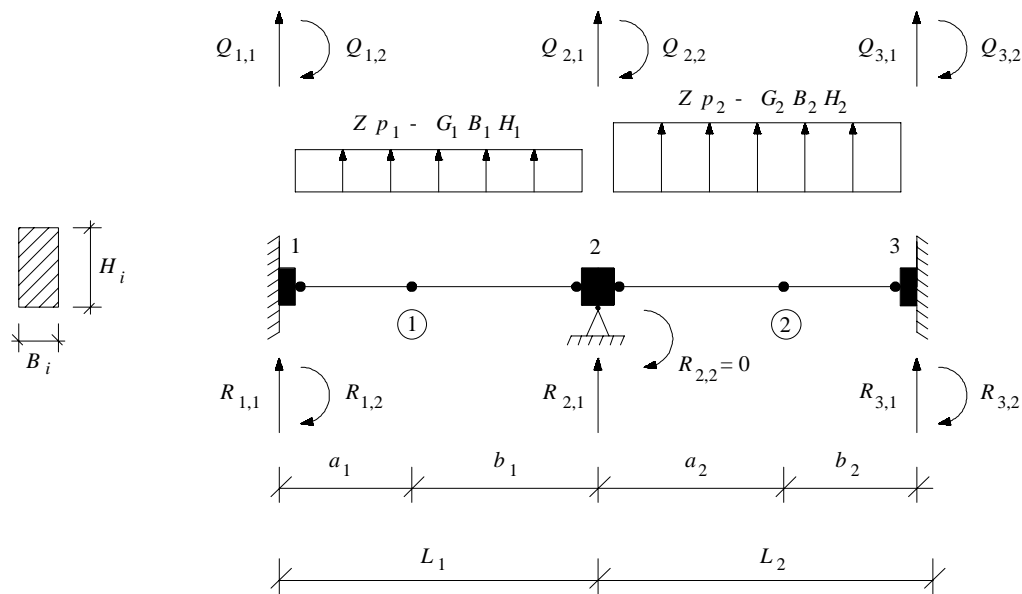
- Linguagem: ANSI C
  - Interpretação de todas as funções
  - Cálculo de primeiras e segundas derivadas de um modo eficiente, automático, exacto e com grande economia de memória
  - Pré-substituição de restrições igualdade simples e consequente simplificação do programa matemático
  - Visualização gráfica do comportamento do processo iterativo
  - Interacção com o processo iterativo
- ⇒ Grande facilidade na preparação e resolução de programas matemáticos não lineares

# VIGAS COM COMPORTAMENTO ELASTOPLÁSTICO

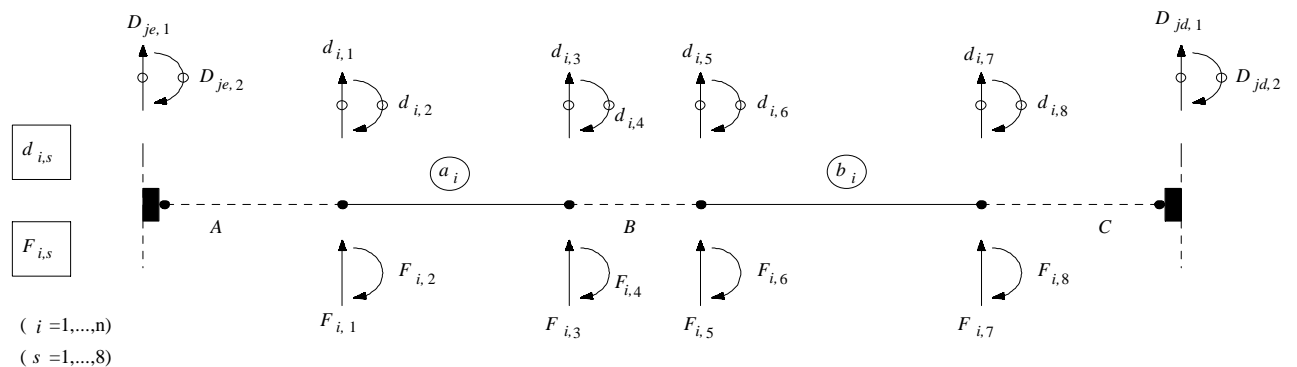
- Secção transversal rectangular

comportamento linear elástico-perfeitamente plástico  $M = \sigma \frac{BH^2}{4}$

- Esquema estrutural:



- Deslocamentos e forças no tramo  $i$  da viga contínua:



## TIPOS DE PROBLEMA

Tipo de problema	1) Cálculo do máximo factor de carga $Z$ (cálculo plástico)
	2) Análise não linear
	3) Cálculo da solução óptima (optimização)

Objectivo	1) Maximizar $Z$
	2) Maximizar $Z$ sujeito à restrição $Z \leq \bar{Z}$
	3) Minimizar o custo da estrutura para $Z = \bar{Z}$

Variáveis	1) Comportamento ; posição das rótulas ; $Z$
	2) Comportamento ; posição das rótulas ; $Z$
	3) Comportamento ; posição das rótulas ; <b>variáveis de decisão (*)</b>

(*) Variáveis de decisão	- Características das secções transversais
	- Posições dos apoios
	- Características dos materiais

## RESTRIÇÕES EM QUALQUER TIPO DE PROBLEMA

<b>Restrições igualdade</b>	Equações de equilíbrio de forças
	Equações de compatibilidade de deslocamentos
	Relações entre forças e deslocamentos
	Equações de complementaridade
	Forças exteriores
	Deslocamentos fixos
	Relações geométricas

<b>Restrições desigualdade</b>	Forças interiores (e.g., <b>momentos flectores</b> )
	Deslocamentos absolutos
	Deslocamentos relativos (e.g., <b>rotações plásticas</b> )

# CONCLUSÕES

- Grande **versatilidade** na formulação e resolução de diferentes tipos de problemas
- Resultados com elevada **precisão**
- **Fiabilidade** na obtenção da solução procurada
- **Capacidade** para abordar problemas com um elevado número de variáveis e restrições
- **Possibilidade de extensão** da formulação a outros tipos de estrutura

Projecto de estruturas com um comportamento situado entre o linear elástico e o perfeitamente plástico (colapso)